



## ESTUDO DE OPTIMIZAÇÃO DE UMA REDE DE MONITORIZAÇÃO DE ESTRUTURAS BASEADO NA OBSERVAÇÃO DO MURO DE SUPORTE DO JARDIM BOTÂNICO DA U.L.

Carlos ANTUNES e João CALVÃO

*LATTEX, IDL, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa*

**Resumo:** O recurso às redes topométricas ou geodésicas de precisão para a monitorização de estruturas é muito comum e cada vez mais utilizado. Contudo, as condições de operacionalidade, intervisibilidade e estabilidade de referências, que por vezes se encontram no terreno, nem sempre garantem a situação ideal de aplicabilidade destas redes com qualidade e rigor. A rede implantada no Jardim Botânico da Universidade de Lisboa pelo Grupo de Engenharia Geográfica da FCUL é um bom exemplo destas más condições de observação. Por essa razão, para além de servir como laboratório de aulas práticas, esta rede está a ser alvo de um estudo de optimização matemática, com vista a obtenção de melhores resultados na aplicação deste tipo de redes locais muito condicionadas. A ausência de pontos de referência estáveis, a dinâmica do solo de argila sobre um declive topográfico considerável e a forte vegetação, por vezes de espécies protegidas, são os factores que constituíram o grande desafio deste trabalho de monitorização. Os resultados já obtidos para um período de um ano, com observações mensais, permitem já tirar conclusões, com razoável confiança, sobre a instabilidade do muro de suporte. São apresentados os resultados de um ano de observações, a abordagem de cálculo até agora adoptada, bem como os desenvolvimentos futuros com vista à optimização do modelo de ajustamento da rede.

**Palavras-chave:** monitorização de estruturas / redes topométricas de precisão / concepção e optimização de redes geodésicas / ajustamento constrangido.

### 1. INTRODUÇÃO

Em meados de 2007 surgiu a preocupação sobre a possível instabilidade do muro de suporte do Jardim Botânico da U.L. (JB), junto ao Observatório Astronómico (OA), e o risco que daí poderia resultar. O muro, com uma altura de cerca de 10 metros, apresenta uma deformação na forma de lomba na sua parte superior, acompanhada pelo arqueamento do coroamento do muro. O muro foi já sujeito a uma intervenção de reforço e escoramento há cerca de 20 anos e recentemente foram demolidas as antigas oficinas do OA, as quais ofereciam alguma resistência e suporte.

Face à necessidade de uma monitorização da estrutura, com vista à adequada avaliação dos potenciais riscos, e face às dificuldades do JB em suportar os elevados custos financeiros na contratação de especialistas profissionais, surgiu a ideia de se recorrer a especialistas académicos da FCUL para executar um estudo prévio da avaliação da estabilidade da estrutura. Nesse sentido, foram contactados para o efeito os docentes de Engenharia Geográfica da FCUL. Com recurso a equipamento de observação disponível e a métodos de processamento e análise de dados desenvolvidos na FCUL foi possível executar esta tarefa de tão grande responsabilidade, a um custo directo consideravelmente reduzido.

Para a concretização do trabalho de monitorização, o grupo de EG contou com um instrumento de medição de elevada precisão, a estação topo-geodésica LEICA TCA2003 gentilmente emprestada pelos Serviços de



Geodesia do Instituto Geográfico Português ao abrigo de um Protocolo de Cooperação, e de um nível digital de precisão, o Zeiss DiNi da FCUL. Um conjunto de 10 mini-prismas recto-reflectores, a serem distribuídos pelo muro e devidamente fixados, foi a única aquisição custeada pela instituição.

Os trabalhos iniciaram-se em Outubro de 2007, com a montagem da rede de monitorização, constituída pela materialização de 4 pontos de referência (pontos estação) e os 10 alvos reflectores (pontos objecto) devidamente fixados nos espigões de escoramento do muro. A localização destes pontos foi estudada previamente, de forma a, juntamente com o equipamento utilizado, garantir a precisão de 1 mm a 95% de confiança nos deslocamentos transversais detectados (sentido da deformação).

## 2. CONCEPÇÃO E MATERIALIZAÇÃO DA REDE DE OBSERVAÇÃO

O objectivo principal da monitorização topométrica do muro de suporte é a determinação da deformação transversal, visível a olho nu, e o eventual abatimento do coroamento por consequência do abaulamento do muro. Dado a elevada inclinação das visadas de observação, como consequência da elevada altura do muro e do curto avanço dos pontos de extensão da rede (Figura 1a), bem como, a dificuldade na colocação de prismas adequados a este tipo de visada (não redireccionáveis), optou-se apenas por uma rede de monitorização planimétrica para o estudo da deformação transversal e por nivelamento geométrico de precisão sobre o coroamento do muro e respectivo terreno adjacente para o estudo do eventual abatimento da estrutura.

A intensa arborização e vegetação típica do JB formam as condições difíceis na concepção de uma rede robusta e fiável, pela impossibilidade de se definirem livremente visadas com perfeita intervisibilidade. Adicionalmente, não existe no local qualquer tipo de afloramento rochoso ou estrutura capaz de suportar de forma perfeitamente estável a materialização, por centragem forçada ou outra, de pontos de referência. Assim, a solução encontrada foi a figura de um quadrilátero de apoio (Figura 1b) com dois pontos de referência na base, materializados com rosca chumbada em estruturas rochosas não solidárias com o terreno, e dois pontos intermédios, materializados com espigões cimentados no solo. Estes 4 pontos são os únicos de estacionamento e observação. A partir de 2 pontos desta figura são então observados os 10 pontos objecto fixados no muro com visadas cruzadas com convergência entre os 30° e os 40° na direcção transversal ao muro.

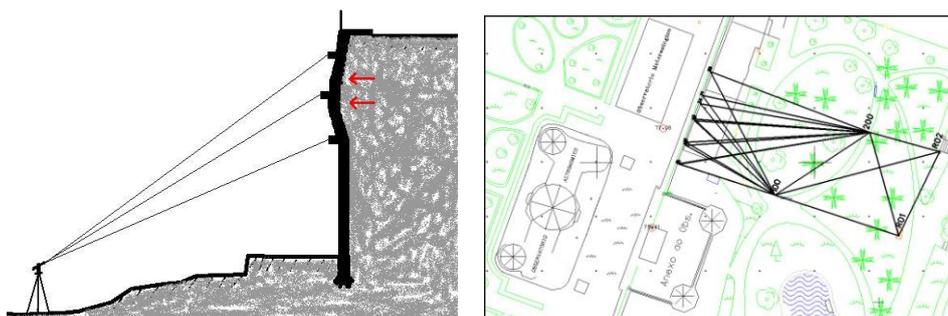


Figura 1- a) Secção transversal do muro (esquerda); b) localização da rede de monitorização do muro de suporte (à direita a negro) junto ao Observatório Astronómico no Jardim Botânico da U.L.

A definição do sistema de referência local (coordenadas planimétricas  $(x,y)$ ) e sua orientação foi concebida de forma a que a componente do eixo OY ficasse orientada na direcção da deformação, a direcção perpendicular ao muro. Desta forma os deslocamento estimados entre épocas de observação, expressos na componente Y, correspondem exactamente, em valor absoluto, à deformação transversal do muro. A localização da sua origem foi definida sobre o ponto de referência R01 à época de referência, de modo a posicionar toda a rede no primeiro quadrante do sistema de coordenadas. Este ponto de referência R01, materializado com uma rosca de centragem chumbada num bloco rochoso, seria à partida a referência mais estável (fixa) em relação à qual seriam estimados os deslocamentos dos restantes pontos da rede. Tal não se veio a verificar, devido a uma



grande instabilidade do monumento de suporte causada pelo eventual deslizamento do terreno argiloso e forçado por um acentuado declive, pelo que esta referência deixou de ser considerada como fixa. Contudo, a marca desempenha um papel fundamental na geometria e robustez da rede.

A componente de deslocamento vertical é apenas observada através de nivelamento geométrico na zona de influência do patamar superior, em marcas cravadas no coroamento do muro, sobre o lancil do passeio e no terreno a cerca de 4 m do muro. Tirando partido de uma marca de nivelamento existente na escadaria do OA, a observação de nivelamento é realizada com visadas simples, num único estacionamento, e com abertura e fecho do nivelamento na marca de Observatório.

### 3. CAMPANHAS DE OBSERVAÇÃO

Após a calibração do equipamento (estação TCA2003) e duas campanhas prévias de observação para avaliar a qualidade dos dados, iniciou-se o processo de monitorização com a campanha “Zero” (de referência) em meados de Novembro, exactamente antes do início das primeiras chuvas da estação de inverno, factor que mais contribui para a deformação da estrutura, devido à pressão que resulta da expansão horizontal da argila.

A época de observação de referência estabelece a posição de referência dos pontos objecto em relação à qual serão determinadas diferenças ou desvios nas épocas de observação subsequentes. Esta diferença de posição dos pontos entre uma dada época de observação e a época de referência dita o deslocamento acumulado da deformação. Para que seja considerado deslocamento efectivo, a diferença numérica estimada das coordenadas tem de ser superior a 1 mm, margem de erro a 95% de confiança. O deslocamento transversal do muro é a componente de deslocamento horizontal mais importante e sobre a qual a rede garante maior rigor de posicionamento, dada a sua geometria (facto tido em consideração na concepção da rede).

Paralelamente a esta monitorização horizontal, embora iniciada mais tarde, é também feita uma monitorização vertical com nivelamento geométrico na zona de influência sobre o patamar superior. No primeiro ano de observação foram efectuadas 13 campanhas de observação planimétrica, uma por mês, e 6 campanhas de nivelamento geométrico. Estas em menor número por se ter verificado uma estabilidade na componente vertical.

### 4. MODELO MATEMÁTICO

O conjunto de observações colhidas neste tipo de redes é formado por distâncias inclinadas, medidas angulares azimutais e medidas angulares zenitais. Sendo o modelo definido no espaço bidimensional (rede planimétrica) as distâncias zenitais servirão apenas para a redução das distâncias lineares inclinadas a distâncias horizontais. Pelo que, o sistema de equações se resume, essencialmente, a um conjunto de equações de distância e um conjunto de equações de direcção azimutal.

A opção que recaiu sobre a escolha de equações de direcção azimutal deve-se, de entre várias razões, ao facto de estas simplificarem a respectiva matriz peso, reduzindo-a a uma matriz diagonal, e de simplificarem em parte o cálculo matricial na resolução do sistema pelo Método de Mínimos Quadrados (MMQ). Contudo, apresenta um inconveniente, facilmente ultrapassável, o de adicionar um conjunto de parâmetros inúteis, os rumos de orientação dos giros azimutais.

#### 4.1. Modelo funcional

Fazendo uso de um programa de ajustamento de redes já desenvolvido na FCUL, que segue o modelo de ajustamento constrangido pelo método paramétrico ou de variação dos parâmetros, o modelo funcional é definido então pelo sistema de equações linearizadas de distâncias e direcções azimutais. Dado não se tratar de um ajustamento com constrangimento mínimo, houve a necessidade de se fixar um ponto de referência (cuja escolha pode eventualmente variar entre épocas consecutivas) e acrescentar dois rumos de orientação da rede. O sistema de equações lineares é então representado pelas equações genéricas de direcção azimutal, distância e rumo, definidas respectivamente em (1):



$$\begin{aligned}
 & -\frac{\cos R_{ev}^0}{D_{ev}^0} dX_e + \frac{\sin R_{ev}^0}{D_{ev}^0} dY_e - \frac{\cos R_{ve}^0}{D_{ev}^0} dX_v + \frac{\sin R_{ve}^0}{D_{ev}^0} dY_v - dR_0|_e = dAz_{obs} + (R_0)_E^0 - R_{ev}^0 + \nu_{dz} \\
 & -\sin R_{ev}^0 dX_e - \cos R_{ve}^0 dY_e - \sin R_{ve}^0 dX_v + \cos R_{ve}^0 dY_v = D_{obs} - D_{ev}^0 + \nu_D \quad (1) \\
 & -\frac{\cos R_{ev}^0}{D_{ev}^0} dX_e + \frac{\sin R_{ev}^0}{D_{ev}^0} dY_e - \frac{\cos R_{ve}^0}{D_{ev}^0} dX_v + \frac{\sin R_{ve}^0}{D_{ev}^0} dY_v = R_{obs} - R_{ev}^0 + \nu_R
 \end{aligned}$$

A utilização das equações de direcção azimutal, em detrimento das equações de ângulos azimutais, obriga ao uso de uma técnica de eliminação de parâmetros inúteis, por exemplo, a regra de Schreiber, para suprimir o rumo de orientação de cada giro azimutal, cuja aplicação nesse caso, implica a adição de uma equação soma por cada giro observado ou considerado. A aplicação desta regra prende-se essencialmente com a simplificação, ou redução, dos grandes sistemas de equações gerados por grandes redes geodésicas nacionais ou regionais. Embora não sendo esse o caso desta rede, é a estratégia adoptada pelo programa usado.

Esta regra traz o inconveniente de transformar o sistema de equações num sistema truncado equivalente, cujos elementos matriciais não correspondem aos elementos do sistema original. Tal facto obriga no final à recuperação desses elementos, nomeadamente, aos resíduos verdadeiros e à matriz de configuração de primeira ordem (matriz dos coeficientes) para o cálculo, por exemplo, dos números de redundância e de absorção local utilizados no estudo de fiabilidade e robustez da rede (Casaca, 2001).

## 4.2. Modelo estocástico

Na definição do modelo estocástico, há essencialmente a preocupação de definir correctamente o conjunto de pesos a atribuir às observações, em função das respectivas precisões definidas *a priori*. Os pesos são factores que constituem os elementos de uma matriz puramente diagonal, por se considerar um sistema de equações não correlacionadas. O modelo de pesos adoptado é dado pela relação de constante proporcionalidade definida entre o peso e a variância de cada observação:

$$p_1 \cdot \sigma_1^2 = p_2 \cdot \sigma_2^2 = \dots = p_n \cdot \sigma_n^2 = \sigma_0^2 \quad (2)$$

A simplicidade deste modelo resulta, não só do facto das observações serem independentes, mas também porque ao considerarem-se as direcções de igual precisão e, por convenção, de peso unitário obtém-se a igualdade entre a variância de referência ( $\sigma_0^2$  – variância de unidade de peso) e a variância das direcções azimutais. Ao considerar-se o peso unitário para as direcções azimutais resulta facilmente, a partir da relação (2), a expressão para o cálculo do peso das distâncias:

$$p_{dist} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{dist}^2} = \frac{\sigma_{dir}^2}{\sigma_{dist}^2} \quad (3)$$

Com base nos valores de precisão instrumental indicados pelo fornecedor, iniciou-se o cálculo com os valores *a priori* de 0.5" de precisão angular e 1 mm + 1 ppm de precisão das distâncias. Após testes de análise de variância *a posteriori* verificou-se que a incerteza acumulada na medição angular é de 0.9" e de 1.5 mm para as distâncias. Esta degradação de precisão face aos valores instrumentais deve-se ao facto de se efectuarem pontarias em modo manual, devida à geometria da posição dos prismas e ao tipo e qualidade dos prismas. Foram estes então, com pequenas variações entre épocas, os valores *a priori* usados no cálculo da matriz ao longo das várias campanhas de observação, com ligeiros ajustes de forma a resultar positivo o teste de hipóteses da análise de variâncias, após a optimização da matriz peso.



### 4.3. Optimização do modelo de ajustamento

As várias fases de concepção, observação e cálculo da rede de monitorização deste tipo de estruturas comportam diferentes tipos de optimização matemática. Baseado em alguma literatura disponível, da qual se destaca (Schmitt, 1985), podem-se assumir 4 ordens de problemas de optimização de redes geodésicas. Tem-se, o problema de Ordem Zero, optimização do *datum* (referencial); o problema de Primeira Ordem, optimização da configuração geométrica; o problema de Segunda Ordem, optimização dos pesos das observações; e, o problema de Terceira Ordem, optimização de melhoria da configuração.

Logo no início, ao nível da concepção, a definição da configuração geométrica é uma aplicação do problema de optimização de 1ª Ordem e deve garantir simultaneamente uma geometria com fiabilidade, permitindo a fácil detecção de observações erradas, e com robustez, garantindo que as observações exactas não sejam contaminadas pelas observações erradas. Este tipo de optimização faz-se com o recurso à análise dos números de redundância local (valores mais próximos de 1) e os números de absorção local (valores mais próximos de zero) (Casaca, 2001; Caspary, 1988).

Durante o processo de cálculo e ajustamento, são aplicados os problemas de 2ª Ordem e de Ordem Zero. Inicia-se com a escolha do melhor conjunto de observações, rejeitando as observações erradas através da análise de resíduos, e optimizam-se os pesos das observações. Finaliza-se com a optimização do *datum* através da escolha adequada de pontos a fixar ou de pontos de referência (não fixos) e da orientação da rede, em função do resultado das coordenadas e das suas variâncias. Neste último caso a escolha tem recaído pela fixação de um ponto, de entre os dois pontos mais estáveis da rede cujas condições do terreno reduzem a expansão horizontal do solo. Dado que esta não é a melhor metodologia de optimização, nesse sentido, está a ser feito um trabalho de melhoria do programa de cálculo, com o objectivo de permitir um ajustamento de constrangimento mínimo, i.e., com pontos de referência e de variância mínima em vez de fixar um ponto.

## 5. RESULTADOS OBTIDOS NO PRIMEIRO ANO DE OBSERVAÇÃO

### 5.1. Planimetria – componente transversal

No primeiro período de observação, iniciado em Novembro de 2007, foram feitas observações mensais terminadas ao fim de um ano para avaliar o comportamento de deformação sazonal ao longo desse período. Resultou uma taxa média estimada de expansão transversal do muro, a qual servirá para fazer uma análise prévia do risco, juntamente com os resultados dos períodos de observação posterior.

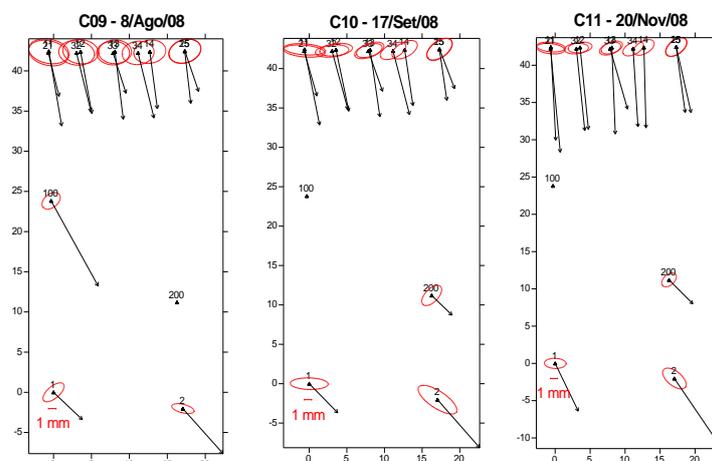


Figura 2 - Deslocamentos acumulados nas três últimas épocas de observação em 2008, relativamente à época "zero", e respectivas elipses de incerteza a 95% de confiança



Os resultados são conclusivos, o muro apresentou um deslocamento transversal médio acumulado de  $10 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$ , com uma taxa média de  $7,8 \text{ mm/ano} \pm 0,14 \text{ mm/ano}$ . Apesar de se verificar, em termos gerais, alguma uniformidade de tendência nos deslocamentos, a parte superior do muro, mais superficial ao nível do terreno, apresentou uma recuperação da expansão após o período chuvoso. Esta recuperação, apenas na parte superior do muro, poder-se-á dever à contracção da argila mais superficial, em princípio, mais exposta às variações sazonais da humidade no solo, factor que mais influencia o seu comportamento de expansão/contracção.

## 5.2. Nivelamento – componente vertical

Das 6 épocas de observação de nivelamento geométrico os resultados mostram a inexistência de qualquer assentamento do coroamento e lancil, embora no terreno seja perceptível uma variação, sem qualquer tendência definida, na ordem de 1 mm, com uma incerteza padrão de 0,5 mm. Um valor perfeitamente aceitável ao nível a expansão/contracção vertical da argila. Contudo, há que encontrar, do ponto de vista da Geotecnia, uma explicação que enquadre este comportamento face à evidente deformação transversal do muro.

## 6. CONCLUSÕES

Relativamente à conclusão sobre a estabilidade do muro, apesar da confiança dos resultados preliminares, será necessário esperar pelas campanhas de observação subsequente para concluir sobre o risco associado.

No que diz respeito à metodologia de cálculo de ajustamento, dada a instabilidade e dinâmica dos pontos de referência e observação, a qual dificulta a definição e fixação de um *datum* que seja o mais inercial possível, isto é, que não acompanhe os movimentos relativos dos pontos de referência, é extremamente importante que se venha a introduzir, no futuro imediato, a capacidade de se efectuarem ajustamentos de constrangimento mínimo (sem pontos fixos). Espera-se que essa metodologia de ajustamento permita uma melhor solução para o problema de Ordem Zero, ou seja, uma solução de optimização do *datum* mais adequada e realista.

## Agradecimentos

Agradecemos ao Instituto Geográfico Português pelo empréstimo da estação total Leica TCA2003 que tornou possível a realização deste trabalho de monitorização.

## Referências

- Casaca, J. (2001). O método da variação de coordenadas na observação geodésica de barragens. Ed. LNEC, Série ICT, ITB 21.
- Caspary, W.F. (1988). Concepts of network deformation analysis. Ed. Rüeger, J.M., 2<sup>nd</sup> Impression, Monograph 11, School of Surveying, University of New South Wales, Kensington, Australia.
- Schmitt, G. (1985). Review of networks designs: criteria, risk functions, design ordering. In Grafarend, E.W. and Sansò, F. (Eds.): Optimization and design geodetic networks. Berlin, Edinburgh, New York, Tokyo, 1985, p. 6-10.

## Contactos

Carlos ANTUNES  
cmantunes@fc.ul.pt  
LATTEX, IDL, Faculdade de Ciências da U.L.  
<http://www.lattex.fc.ul.pt>  
Portugal